



Analytische und numerische Verfahren der Optionspreisberechnung

Bachelorarbeit

zur Erlangung des akademischen Grades „Bachelor of Science (B. Sc.)“ im Studiengang Wirtschaftswissenschaft der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät der Leibniz Universität Hannover

vorgelegt von

Name: Tran

Vorname: Hong Linh



Erstprüfer: Prof. Dr. Michael H. Breitner

Hannover, den 16.01.2012

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	III
Tabellenverzeichnis	IV
Abkürzungsverzeichnis	V
1. Einleitung	1
1.1 Problemstellung	1
1.2 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit	2
2. Theoretische Grundlagen	2
2.1 Finanzmarkt und Derivate	2
2.2 Optionsmärkte	4
2.3 Einflussfaktoren auf Optionspreise und Optionsgriechen	5
2.3.1 Einflussfaktoren auf Optionspreise	5
2.3.2 Sensitivitäten von Optionspreisen	7
3. Aktuelle Methoden der Optionspreisberechnung	7
3.1 Binomialmodell	8
3.1.1 Das Einperiodenmodell	9
3.1.2 Das Mehrperiodenmodell	11
3.2 Die Markov-Eigenschaft und Wiener-Prozesse	13
3.3 Das Black-Scholes-Merton-Modell	15
3.4 Alternativen zum Black-Scholes-Modell	18
3.4.1 CEV-Modell	18
3.4.2 Jump-Diffusions-Modell	19
3.4.3 Das Varianz-Gamma-Modell	20
3.4.4 Modelle mit stochastischer Volatilität	21
3.4.5 IVF-Modell	23
3.5 Neuronale Netze	28
4. Anwendungsbeispiel und Modellvergleich	32

4.1	Optionsbewertung am Beispiel von Nifty Index Futures	32
4.2	Stärken und Schwächen.....	34
4.2.1	Das Black-Scholes-Modell im Vergleich mit anderen Modellen	34
4.2.2	Parametrische Modelle vs. Neuronale Netze	37
4.3	Kritische Würdigung und Anforderungen an die IT	39
5.	Fazit und Ausblick	40
	Literaturverzeichnis.....	42
	Erklärung.....	48

1. Einleitung

1.1 Problemstellung

Verbunden mit den starken Konjunkturschwankungen, sowie den täglichen komplexen Veränderungen in der Politik, ist die hohe Komplexität auf den Finanzmärkten. In der Vergangenheit gab es schon viele schwierige und überraschende Marktsituationen, wie bspw. den sogenannten „schwarzen Montag“ oder den 11. September 2001, die eine große Auswirkung auf die Finanzmärkte hatten und von Experten nicht vorhergesehen werden konnten.

Andererseits drängt die rasche und ständige Entwicklung in allen Bereichen des Lebens Menschen dazu, die Möglichkeiten zum Geldverdienst wahrzunehmen. Eine dieser Möglichkeiten ist die Teilnahme am Finanzmarkt generell oder speziell am Aktienmarkt, wo Menschen in kurzer Zeit mit kleiner Investition eine große Menge Geld verdienen können.¹

Die Bedürfnisse, Geld am Finanzmarkt zu verdienen, verbunden mit der darauf hohen Komplexität, haben das Risiko zur Folge, einen Teil oder sogar das gesamte eingesetzte Kapital zu verlieren.² Folglich verursacht es Nachfrage der Menschen, das eigene eingesetzte Kapital abzusichern bzw. Verluste zu minimieren.

Auch Unternehmen nehmen aktiv an den Finanzmärkten teil, um höhere und schnellere Gewinne als die festverzinslichen, risikolosen Investitionen zu erhalten. Die Risiken, die z. B. durch den Kauf von entwickelnden Aktien oder bei zukünftigen Geschäften im Hinblick auf die Fremdwährungen vorhanden sein können, verlangen von Unternehmen ein gutes Risikomanagement, damit diese eine möglichst geringe Wahrscheinlichkeit haben, Verluste zu treffen.³

Eine Möglichkeit, o. g. Risiken der Individuen und Unternehmen abzusichern, ist die Investition in Optionen. Die Optionen sollten gut bewertet werden, damit die Investoren Entscheidungen treffen können, ob sie in die Optionen investieren sollten. Eine der meist angewendeten Bewertungsmethode von Optionen ist das berühmte, im Jahr 1973 publizierte Black-Scholes-Modell. Nach dessen Publikation werden auf Grund einer Reihe von Kritiken zahlreiche andere Modelle vorgeschlagen. Mit der starken Entwicklung der Informationstechnik (IT) werden viele Programme vorgestellt, die die unrealistischen, dem Black-Scholes-Modell zugrunde liegenden Annahmen beseitigen.

¹ Vgl. Schmidtke (2006), S. 8.

² Schmidtke (2006), S. 8.

³ Vgl. Schmidtke (2006), S. 8.

1.2 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, verschiedene Modelle zur Optionspreisberechnung, mit dem Schwerpunkt von Aktienoptionen aufzuzeigen und zu beschreiben. Dieses wird bei bestimmten Modellen anhand von Anwendungsbeispielen verdeutlicht. Die Arbeit widmet sich dann auf dem Vergleich bzw. den Unterschieden zwischen den Modellen sowie zwischen parametrischen und nichtparametrischen Methoden. Die Arbeit vertieft sich schließlich in die Kritiken an den Modellen und Anforderungen an die IT, damit die Anwender in der Zukunft eine bessere Bewertungsmöglichkeit von Optionen haben.

Die Arbeit ist in fünf Kapitel untergliedert. Nach der Einleitung beschäftigt sich Kapitel zwei mit den theoretischen Grundlagen. Dabei werden die Finanz- sowie Optionsmärkte nahegebracht und die zugrunde liegenden Begriffe von Optionen definiert. Anschließend werden die Einflussfaktoren auf den Optionspreis erläutert. Den Kern der Arbeit bildet Kapitel drei, worin verschiedene aktuelle Modelle zur Optionspreisberechnung ausführlich beschrieben werden. Im Kapitel vier wird ein Vergleich zwischen den parametrischen Modellen sowie zwischen parametrischen und nichtparametrischen Methoden durchgeführt und deren Vor- und Nachteile kritisch diskutiert. Darüber hinaus werden die Anforderungen an die IT betrachtet. Kapitel fünf schließt die Arbeit mit einem Ausblick ab.

2. Theoretische Grundlagen

2.1 Finanzmarkt und Derivate

Der *Finanzmarkt* beinhaltet [...]alle Märkte im Finanzsystem, über die sich eine Organisation- sei es eine staatliche Behörde oder eine private Firma- finanzieren kann[...].⁴ Teilnehmer der Finanzmärkte können deshalb alle Finanzinstitutionen, wie z. B. Banken, Versicherungen, Fondsgesellschaften, große Industrieunternehmen, mittelgroße und kleine Firmen, sowie Privatpersonen sein.⁵

Innerhalb eines Währungsbereichs umfasst der Finanzmarkt den *Geldmarkt* und den *Kapitalmarkt*.⁶ Der Markt, auf dem verschiedene Währungen gegeneinander getauscht werden, wird als *Devisenmarkt* bezeichnet.⁷ Der Geldmarkt bezieht sich auf die kurzfristigen Transaktionen, die ein Laufzeitbereich von einem Tag bis zu einem Jahr haben. Hingegen wird der Be-

⁴ Definition Finanzmarkt, <http://www.onpulson.de/lexikon/1545/finanzmarkt/>.

⁵ Vgl. Reitz (2011), S. 1.

⁶ Vgl. Reitz (2011), S. 1.

⁷ Definition Devisenmarkt, <http://wirtschaftslexikon.gabler.de/Definition/devisenmarkt.html>.

Ein weiterer Kritikpunkt bei der Optionsbewertung mit ANN ist, dass die neuronale Netze häufig als „Black-box“ anzusehen sind, d. h. die Funktionsweise zwischen den Ein- und Ausgabegrößen ist für Anwender unklar. Auch wenn die Funktionsregel eines neuronalen Netzes bekannt ist, bleibt es immer noch fraglich, warum es auf dieser Weise abgeleitet werden soll.¹²⁹ Die ANN lernen die mathematischen Zusammenhänge unmittelbar von den Eingabegrößen. Schon in der Literatur wird es als problematisch angesehen, dass bei schwierigen, unvorhergesehenen Marktsituationen die ANN nicht automatisch arbeiten können.¹³⁰

Bei vielen empirischen Studien wurde kein Vergleich zwischen den Ergebnissen aus ANN und dem BS-Modell ausgeführt. Es ist folglich nicht aussagekräftig, dass die Optionsbewertung mit ANN besser geeignet sei als die mittels des BS-Modells.¹³¹ Ferner steht eine Aussage über eine sinnvolle Kombination von Eingabegrößen noch in Frage. Schließlich gibt es sehr viele Auswertungskennzahlen, die in den Arbeiten unterschiedlich verwendet wurden. Deshalb war der Ergebnisvergleich von Trainingsgüte gleicher Modelle in verschiedenen Arbeiten unterschiedlich.

5. Fazit und Ausblick

Ziel der vorliegenden Arbeit war es, ein Überblick über die Optionsbewertung zu geben. Dabei wurden verschiedene Methoden der Optionspreisberechnung dargestellt, miteinander verglichen und mithin deren Eigenschaften sowie die Vor- und Nachteile analysiert. Im Rahmen dieser Bachelorarbeit konnten aufgrund des beschränkten Umfangs nicht alle existierten Verfahren beschrieben werden, so dass kein vollständiger Überblick der Optionsmärkte bzw. Optionsbewertung gegeben werden konnte.

Grundsätzlich basiert die parametrische Optionsbewertung auf unrealistischen Annahmen, insbesondere das berühmte BS-Modell. Es wird trotzdem immer noch weltweit unmittelbar oder zugrunde liegend für andere Modelle verwendet, weil es anwenderfreundlich ist. Zur Beseitigung der unrealistischen Annahmen beim BS-Modell werden zahlreiche Modelle vorgeschlagen, die aber sehr kompliziert für die Anwender sind. Es erscheint schwierig, ein parametrisches Modell zu entwickeln, das einerseits verschiedenen, ständig veränderten Variablen beobachten kann und andererseits eine gute Benutzerfreundlichkeit anbietet. Zu erwarten

¹²⁹ Vgl. Neuronale Netze, Regeln: <http://www.andreas-mielke.de/nn-6.html>, Abschnitt 6.1.

¹³⁰ Vgl. Bartels (2008), S. 8.

¹³¹ Vgl. Bartels (2008), S. 253.

bleibt, dass es mit der heutzutage starken Entwicklung der IT zu einer Erleichterung bei der Modellanwendung kommen wird.

Erst in den 90-er Jahren hat die Optionsbewertung mit den neuronalen Netzen begonnen. Die nichtparametrischen, in der Arbeit vorgestellten ANN benötigen keine zugrunde liegende Annahme, um die Ausgabegröße zu berechnen und auszugeben. Als Nachteil wird aber erkannt, dass sie sehr datenintensiv und zeitaufwendig sind. Daher werden sie bisher nur im wissenschaftlichen Umfeld angewandt. Das im Anwendungsbeispiel beschriebene Modell GRNN wird in der aktuellen Arbeit von Phani/Chandra/Raghav (2011) zum ersten Mal vorgeschlagen, weil es nur sehr geringe Bearbeitungszeit braucht. Nebenbei sei erwähnt, dass das von Bartels (2008) vorgestellte System, welches aus Web-Content-Mining und Neurosimulation kombiniert, erstmalig eine breite Anwendergruppe ermöglicht hat, da die im Internet kostenlos bereitgestellten Informationen dem System ausreichende Daten bieten. In dieser Arbeit konnten auch nicht alle existierten Modellen der ANN im Hinblick auf die Optionspreisberechnung vorgestellt werden. Positiverweise kann gesehen werden, dass sich die ANN in eine gute Richtung entwickeln, die Marktpreise von Optionen zu berechnen. Allerdings können die Funktionsregeln von ANN nicht erläutert und schwierige Marktsituationen immer noch nicht von ANN erkannt werden. Daher können verbesserungswürdige Ansätze in weiteren Studien über Optionsbewertung mit ANN zu erwarten sein.