Effiziente Approximation von Kenngrößen für Warteschlangen mit dem Neurosimulator FAUN 1.0

Diplomarbeit

zur Erlangung des Grades eines Diplom-Ökonomen des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaften der Universität Hannover

vorgelegt von:

Name: Barthel Vorname: Aicke

[redacted] [redacted] [redacted]

Erstprüfer: Prof. Dr. M. H. Breitner

Hannover, den 21.08.2003

Danksagung

Mein Dank gilt all denen, die mich bei der Vorbereitung und Realisierung dieser Arbeit unterstützt haben. Herr Prof. Dr. M. H. Breitner gab mir viele Anregungen, die für die Arbeit richtungsweisend waren. Mein Betreuer Dipl. Math. Frank Köller hatte immer ein offenes Ohr, war ein wertvoller Berater und gab mir wichtige Hinweise zur grafischen Darstellung der Sachverhalte. Für die problemlose Verbesserung und Anpassung von Maple - Softwareproblemen auf den Fachbereichscomputern und anderen Hilfen danke ich Herrn Simon König.

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Warteschlangen sind jedem aus dem täglichen Leben bekannt. Dabei handelt es sich um solche Schlangen wie vor dem Bankschalter, vor der Kasse im Kaufhaus oder im Stau auf der Autobahn. Sie bilden sich, wenn mehr Kunden ankommen als bedient werden können. Wenn diese Warteschlangen zu lang werden, besteht die Gefahr, dass potenzielle Kunden abspringen, da längere Wartezeiten von diesen Kunden nicht akzeptiert werden. Dies führt auf der Seite des Unternehmers zu Opportunitätskosten[1], da sich diese Kunden das Produkt bei einem anderen Unternehmer besorgen. Auf der anderen Seite stehen für den Unternehmer die Kosten für die Bedieneinheit. Der Unternehmer muss sich also für einen Kompromiss zwischen dem entgangenen Gewinn und den Servicekosten entscheiden.

Diese Entscheidung des Unternehmers kommt beispielsweise bei einem Versandhandel in Konkurrenz zum Direktkauf in einem Kaufhaus zum Ausdruck. Die günstigen Preise des Versandhandels sind mit längeren Wartezeiten verbunden, da das Produkt erst geliefert werden muss. Ist die Wartezeit zu lang, kaufen die Kunden ihre Produkte lieber im Kaufhaus. Um den Gewinn des Versandhandels zu maximieren, muss herausgefunden werden, wie viel Bedieneinheiten einem bestimmten Kundenstrom entgegenzusetzen sind. Dabei muss ermittelt werden, wie viel Wartezeit die Kunden akzeptieren, ohne dass diese ihre Produkte im Kaufhaus kaufen. Ist diese Information ermittelt, kann entschieden werden, ob es sich lohnt zusätzliche Bedienstellen zu schaffen um die Wartezeit zu verkürzen. Dabei ist es wichtig zu wissen, wie sich die durchschnittliche Wartezeit entwickelt, wenn die Anzahl der Bedieneinheiten erhöht wird. Diese Probleme werden in der Warteschlangentheorie, einem Teilgebiet des Operation Research, wissenschaftlich behandelt.

Für manche dieser oder ähnlicher Warteschlangenprobleme gibt es eine analytische

[1] Opportunitätskosten sind die entgangenen Gewinne durch die Kunden, die aufgrund der zu langen Warteschlange das System verlassen, da der Unternehmer die Bereitstellung von zusätzlichen Bedienstationen unterlässt.

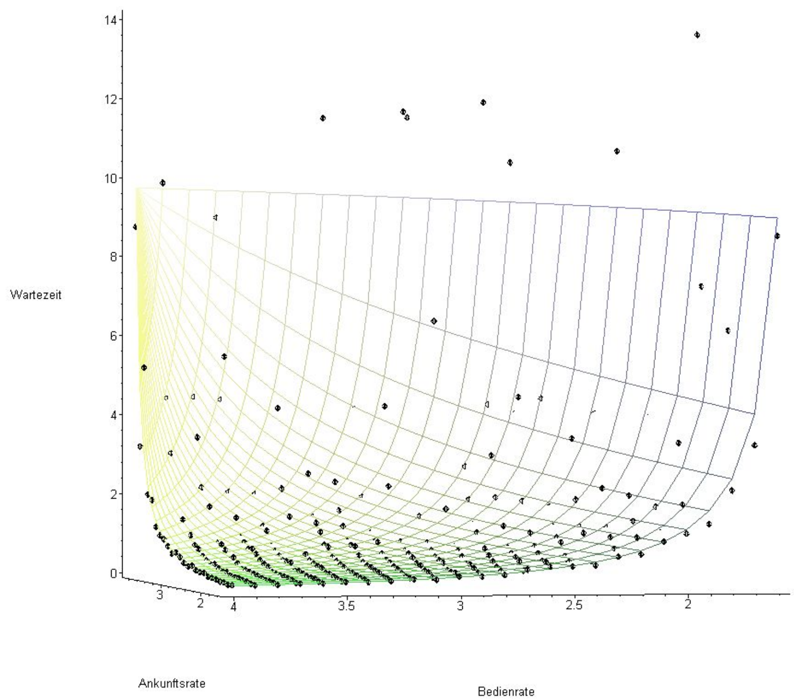

Abbildung 1.1: Simulationsdaten (schwarze Punkte) gegenüber der analytischen Lösung.

Lösung (mathematische Funktion) mit der z. B. die durchschnittliche Wartezeit der Kunden mathematisch in kurzer Zeit bestimmt werden kann. Es existieren aber auch Probleme ohne analytische Lösungsmöglichkeit. Dort wird dann häufig auf eine computergestützte Simulation zurückgegriffen. Um möglichst exakte Ergebnisse zu erhalten, benötigen selbst die Computersimulationen eine längere Zeit. Mit einer Simulation können zudem nur einzelne Datenpunkte ermittelt werden, d. h. alle möglichen Resultate, die zwischen zwei ermittelten Daten liegen, sind unbekannt. Bei einer analytischen Lösung existieren keine Datenlöcher, sie ist kontinuierlich, vgl.

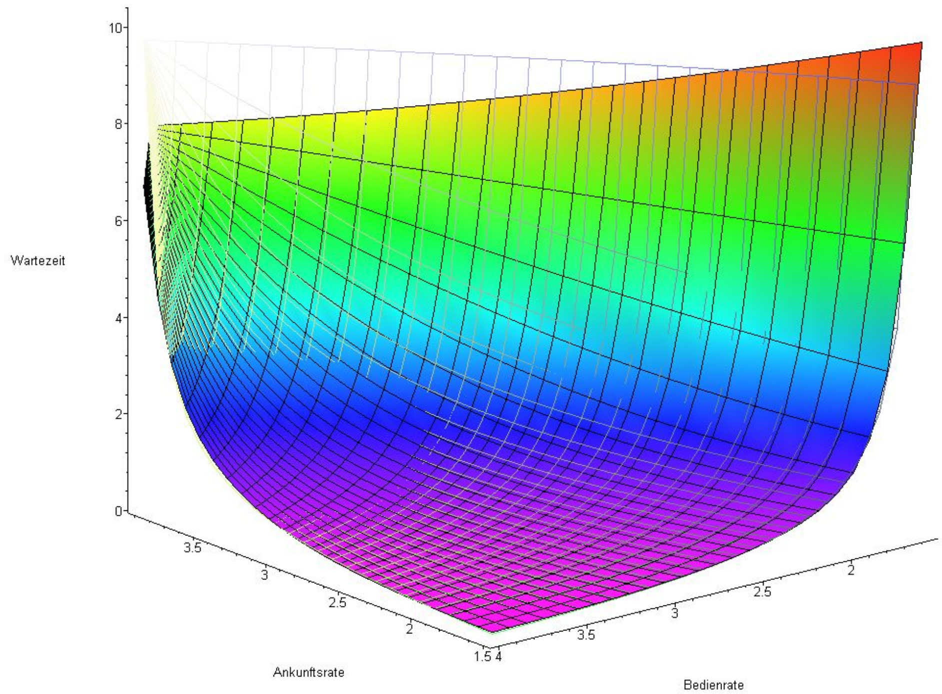

Abbildung 1.2: Approximation mit einem Neuron gegenüber der analytischen Lösung (graues Gitternetz).

Abbildung[2] 1.1. Dies wird wichtig, wenn beispielsweise die Effizienz der Bedieneinheiten um 30% erhöht werden soll. Die hier benötigten mittleren Wartezeiten liegen zwischen den ermittelten Daten. In diesem und weiteren Fällen ist eine kontinuierliche Lösung vorzuziehen.
Um für nicht analytisch ermittelbare Probleme doch eine kontinuierliche Lösung zu schaffen, beschäftigt sich diese Arbeit mit der Simulation von Warteschlangenproblemen und der Approximation der zugrunde liegenden Gesetzmäßigkeit mit Hilfe

[2]In der digitalen Version des Dokuments ist das Bild mit dem Maple-Worksheet verlinkt und kann durch anklicken aufgerufen werden. Das Bild kann dann in einer dreidimensionalen Umgebung von allen Seiten betrachtet werden. Das Programm Maple muss dabei auf dem Computer installiert sein. Die wichtigsten Abbildungen weiter hinten sind ebenfalls verlinkt.

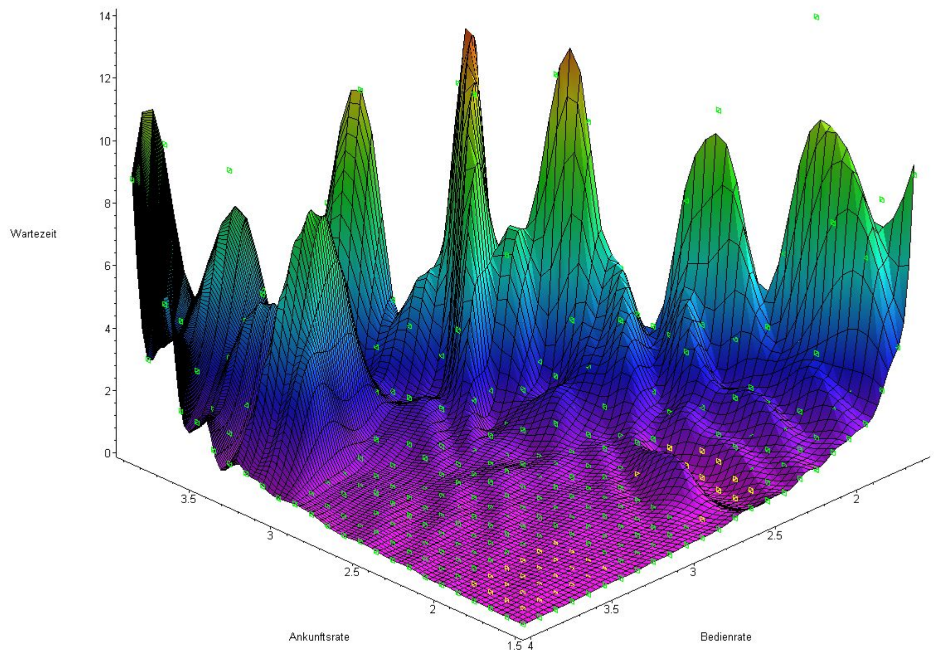

Abbildung 1.3: Zu starke Annäherung der Approximation an die Simulationsdaten.

des Neurosimulators FAUN 1.0. Dies eröffnet die Möglichkeit in kurzer Zeit eine angenäherte analytische Lösung zu erzeugen, die auf den Simulationsdaten beruht. Die dabei erzeugte kontinuierliche Funktion lässt keine Datenpunkte offen. Damit wird eine kontinuierliche Gewinnmaximierung für alle Warteschlangenprobleme sehr leicht ermöglicht.

In dieser Arbeit wird der Schwerpunkt auf die Approximation der mittleren Wartezeit bei einem analytisch lösbaren Warteschlangensystem gelegt. Da es eine Vielzahl von Problemen gibt, die mit Neurosimulatoren gelöst werden können und die Neurosimulatoren immer an das entsprechende Problem angepasst werden müssen, werden an diesem analytisch lösbaren Modell die optimalen Anpassungen für die Warteschlangenproblematik untersucht. Die Überprüfung der Qualität der Anpassung erfolgt durch einen Vergleich der Approximation mit der analytischen Lösung. Im Falle der

Warteschlangensysteme ohne analytische Lösungsmöglichkeit ist dieser Vergleich nicht mehr möglich. Eine Untersuchung ergab allerdings, dass die mittleren Wartezeiten immer durch eine glatte Funktion abgebildet werden, vgl. Unterkapitel 3.9 und 4.6. Dieses Ergebnis ist sehr wichtig für die Approximation, da ohne dieses Wissen, die ungewünschte Approximation aus Abbildung 1.3 generiert werden kann. Zum Vergleich ist in Abbildung 1.2 die Entwicklung der mittleren Wartezeit zu sehen. Die approximierte Lösung (farblich) liegt schon sehr dicht an der analytischen Lösung (graues Gitternetz). Die Funktion ist sehr glatt. Im Gegensatz dazu ist in Abbildung 1.3 eine Approximation zu sehen, die mit anderen Einstellungen des Neurosimulators approximiert wurde. Diese Funktion versucht die Simulationsdaten (grün) zu stark nachzubilden. Sie lernt die Datenbasis fast auswendig. Dies ist nicht wünschenswert, da durch die verwendeten Einstellungen für den Neurosimulator die Funktion sehr wellig wird, was bei der analytischen Lösung nicht der Fall ist. Aus diesem Grund kann die hier geschaffene Basis dann auf die schwierigen Fälle übertragen werden, wobei trotzdem zusätzliche Untersuchungen in Einzelfällen durchgeführt werden müssen.
In dieser Arbeit soll ein Einstieg in die Problematik der Warteschlangentheorie ermöglicht werden. Dazu werden in Kapitel 2 die relevanten stochastischen Grundlagen, insbesondere wichtige Verteilungen für die Warteschlangentheorie erläutert. Sie sind die Voraussetzung zum Verständnis der Warteschlangentheorie in Kapitel 3, die auf Zufallsereignissen beruht. Die Simulation von Warteschlangensystemen in Kapitel 4 verwendet dann die beschriebenen Verteilungen um Zufallsprozesse nachzubilden. So kann in Kapitel 5 die Approximation auf Grundlage der Simulationsdaten mit dem Neurosimulator FAUN 1.0 erfolgen. Dabei wird eine qualitative Bewertung der approximierten Ergebnisse eines Warteschlangenmodells mit analytischer Lösung möglich. Ein Ausblick auf die Approximation von Kennzahlen bei Warteschlangensystemen ohne analytische Lösung bildet den Abschluss.

Kapitel 6

Fazit und Ausblick

In dieser Arbeit wurde gezeigt, dass die Kennzahlen von Warteschlangensystemen, mit Hilfe einer Approximation mit dem Neurosimulator FAUN 1.0 anhand von Simulationsdaten erzeugt werden können. Die Approximation nähert sich dabei stark der analytischen Lösung. Die Simulation kann dabei noch nicht erspart werden, da die Approximation auf den Simulationsdaten beruht. Dennoch genügen wenige Simulationsdaten um eine kontinuierliche Funktion zu erzeugen. Die Qualität ist dabei sogar besser als die eigentlichen Simulationsdaten, da sich die approximierte Funktion zwischen die Daten legt. Da die Simulationsdaten oberhalb und unterhalb der analytischen Lösung liegen, wird die Approximation mit geeigneten Parametern immer bessere Ergebnisse erzielen.

Die Approximation der Kennzahlen stellte sich als einfaches Problem für den Neurosimulator heraus. Dies liegt größtenteils daran, dass die zugrunde liegende analytische Lösung eine recht einfache, glatte Funktion im dreidimensionalen Raum abbildet. Die benötigten Approximationszeiten lagen bei wenigen Minuten, so dass der zusätzliche Zeitaufwand unerheblich im Vergleich zur benötigten Zeit für die Simulation ist.
Bei der Erstellung der Musterdaten ist darauf zu achten, dass diese gleichmäßig über dass zu analysierende Gebiet verteilt werden. Weiterhin ist die Approximationsqualität stark abhängig von dem Verhältnis der Trainingsdaten zu den Validierungsdaten bzw. von der Lage der Validierungsdaten. In diesem Fall wurden gute Ergebnisse mit einem Verhältnis von $\frac{n_t}{n_v} = \frac{261}{64} \approx 4,1$ erzielt. Die Validierungsdaten sollten gut über die Fläche verteilt sein. Dabei sollten sie keine zu großen Löcher in die Trainingsdaten schneiden, da in diesem Bereich nur eine schlechte Annäherung gelingt. Auf jeden Fall ist darauf zu achten, dass die Validierungsdaten innerhalb der Musterdaten liegen und nicht am Rand. Die Funktion wird durch die am Rande liegenden Trainingsdaten wieder aufgefangen. Die Anzahl der Simulationsdaten konnte von ursprünglich 325 auf 44

Datenpunkte verringert werden, ohne dass wesentliche Qualitätsverluste hingenommen werden mussten. Dies ergibt einen enormen Zeitvorteil, der eventuell ausgenutzt werden kann um die Qualität der Simulationsdaten zu verbessern. Dazu könnte n, die Anzahl der ankommenden Elemente, erhöht werden. Das Approximationsergebnis ist davon so stark abhängig, dass hier die wichtige Entscheidung über die Qualität versus der benötigten Zeit für die Simulation getroffen werden muss.
Weitere Hinweise auf ein einfaches Approximationsproblem ergaben sich aus den Parametereinstellungen des Neurosimulators FAUN 1.0. Um die generierte Funktion möglichst glatt zu halten, werden ein bis maximal zwei innere Neuronen empfohlen. Ab drei Neuronen wurden schon leichte Wellen in der Approximation festgestellt. In diesem Fall besitzt ein künstlich neuronales Netz mit drei inneren Neuronen bereits eine hohe Flexibilität. Dadurch beginnt es die Daten auswendig zu lernen und nähert sich zu stark an die Simulationsdaten an. Ein besonders negatives Beispiel für eine Approximation bietet die Abbildung 1.3 mit 100 verwendeten inneren Neuronen. Der Parameter 6 sollte zwischen 1 und 10 gewählt werden, da ansonsten ebenfalls die Trainingsdaten auswendig gelernt werden.
Auch die Verteilung des Trainingsfehlers über 1.000 erfolgreich trainierte Netze zeigt auf, dass es sich um ein einfacheres Approximationsproblem handelt. Das künstlich neuronale Netz trainiert immer wieder in die gleichen bzw. ähnlichen Minima des Trainingsfehlers und baut damit gleiche bzw. nur gering abweichende Netze auf.

Spätestens bei der Approximation des Modells G/G/1 wird klar, welche Vorteile die Approximation von Kennzahlen für Warteschlangenmodelle bietet. Da hier kein mathematischer Zusammenhang der mittleren Wartezeit in Abhängigkeit von der Ankunfts- und Bedienrate bekannt ist, hilft eine Ober- und Untergrenze weiter um eine kontinuierliche Funktion bereitzustellen. Dabei werden die Grundlagen des hier untersuchten Modells M/M/1 genutzt um eine optimale Näherung zu ermöglichen.
Bei vielen weiteren Modellen gibt es nicht einmal mehr einschränkende Grenzen für die mittlere Wartezeit oder anderer Kennzahlen. Hier kann auf, die in dieser Arbeit geschaffenen, Grundlagen zurückgegriffen werden. Weitere Validierungsmöglichkeiten ergeben sich aus umfangreicheren Simulationen. Der Gitterabstand der Simulationsdaten kann hierbei dichter sein oder die Anzahl der ankommenden Elemente n kann größer gewählt werden. Ist aus den Simulationsdaten ersichtlich, dass es sich um ein ähnlich einfaches Approximationsproblem handelt, wie bei dem Modell M/M/1, kann die Vorgehensweise übernommen werden.